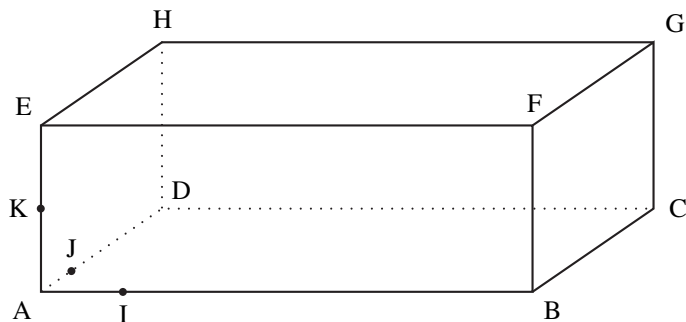


## Exercice 2 : section, équations de plan

### EXERCICE 1 correction Polynésie 2015

On considère le pavé droit ABCDEFGH ci-dessous, pour lequel  $AB = 6$ ,  $AD = 4$  et  $AE = 2$ .

I, J et K sont les points tels que  $\vec{AI} = \frac{1}{6}\vec{AB}$ ,  $\vec{AJ} = \frac{1}{4}\vec{AD}$ ,  $\vec{AK} = \frac{1}{2}\vec{AE}$ .

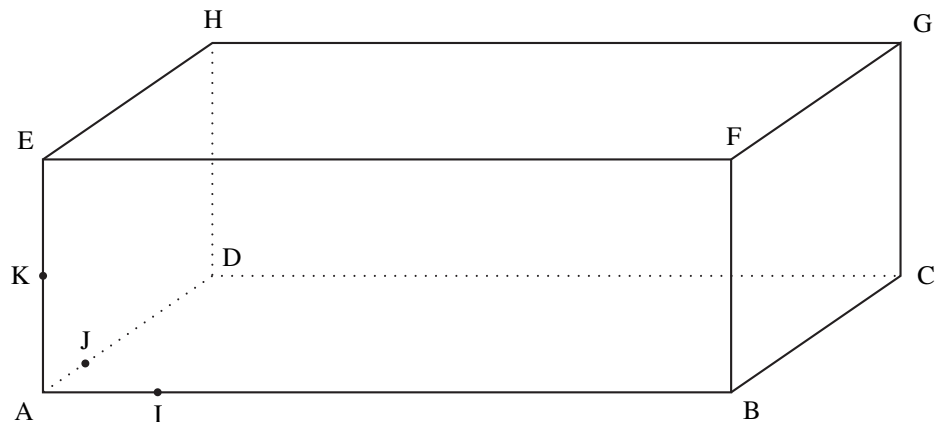


On se place dans le repère orthonormé  $(A; \vec{AI}, \vec{AJ}, \vec{AK})$ .

1. Vérifier que le vecteur  $\vec{n}$  de coordonnées  $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -9 \end{pmatrix}$  est normal au plan (IJG).
2. Déterminer une équation du plan (IJG).
3. Déterminer les coordonnées du point d'intersection L du plan (IJG) et de la droite (BF).
4. Tracer la section du pavé ABCDEFGH par le plan (IJG). Ce tracé sera réalisé sur la figure donnée en **annexe à rendre avec la copie**. On ne demande pas de justification.

### Annexe

À rendre avec la copie



**Correction**

**EXERCICE 1** énoncé Polynésie 2015

1.  $\vec{AI} = \frac{1}{6}\vec{AB} \iff \vec{AB} = 6\vec{AI} \iff B(6; 0; 0);$

$\vec{AJ} = \frac{1}{4}\vec{AD} \iff \vec{AD} = 4\vec{AJ} \iff D(0; 4; 0);$

$\vec{AK} = \frac{1}{2}\vec{AE} \iff \vec{AE} = 2\vec{AK} \iff E(0; 0; 2).$

Comme  $\vec{AG} = \vec{AC} + \vec{CG} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AE} = 6\vec{AI} + 4\vec{AJ} + 2\vec{AK}$ , donc  $G(6; 4; 2)$ . On en déduit que  $\vec{IJ}(-1; 1; 0)$  et  $\vec{JG}(6; 3; 2)$ .

Or  $\vec{n} \cdot \vec{IJ} = -2 + 2 + 0 = 0$  et

$\vec{n} \cdot \vec{JG} = 12 + 6 - 18 = 0.$

Le vecteur  $\vec{n}$  est donc normal à deux vecteurs manifestement non colinéaires du plan (IJG) est normal à ce plan.

2. On sait qu'alors une équation du plan (IJG) est :

$M(x; y; z) \in (IJG) \iff 2x + 2y - 9z + d = 0.$

En particulier :  $I(1; 0; 0) \in (IJG) \iff 2 + 0 - 0 + d = 0 \iff d = -2.$

Une équation du plan (IJG) est :  $M(x; y; z) \in (IJG) \iff 2x + 2y - 9z - 2 = 0.$

3. On a  $\vec{AF} = \vec{AB} + \vec{BF} = \vec{AB} + \vec{AE}$ , donc  $F(6; 0; 2)$ .

Or  $M(x; y; z) \in (BF) \iff$  il existe  $t \in \mathbb{R}$  tel que  $\vec{BM} = t\vec{BF} \iff$

$$\begin{cases} x-6 = t(6-6) \\ y-0 = t(0-0) \\ z-0 = t(2-0) \end{cases} \iff \begin{cases} x = 6 \\ y = 0 \\ z = 2t \end{cases}$$

Donc si  $M(x; y; z) \in (IJG) \cap (BF)$  ses coordonnées vérifient le système :

$$\begin{cases} x = 6 \\ y = 0 \\ z = 2t \\ 2x + 2y - 9z - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow 2 \times 6 + 0 - 9 \times 2t - 2 = 0 \iff 10 - 18t = 0 \iff 10 = 18t \iff t = \frac{5}{9}.$$

En remplaçant  $t$  par  $\frac{5}{9}$  dans l'équation de la droite (BF), on obtient :

$L\left(6; 0; \frac{10}{9}\right).$

4. La section avec (ABCD) est la droite (IJ).

La section avec (ABFE) est la droite (IL).

La section avec (BCGF) est la droite (LG).

Il reste à trouver l'intersection P du plan (IJG) avec la droite (HD) : comme les plans (ABFE) et (DCGH) sont parallèles, les droites (IL) et (GP) sont parallèles.

On trace donc la parallèle à (IL) contenant G qui coupe (HD) en P.

La section est donc le pentagone JILGP (voir à la fin).

**Annexe**

**À rendre avec la copie**

