

## Contrôle : arithmétique (1h)

1 **correction**

Déterminer les diviseurs positifs de 1 183.

2 **correction**

Soit  $n = 3^{14} \times 5^{12} \times 17^{43}$ .

1. Donner le **nombre** de diviseurs positifs de  $n$ .
2. Donner la décomposition en produit de facteurs premiers de l'entier  $k$  tel que  $\sqrt{n} = k\sqrt{17}$ .

3 **correction**

1. Donner la décomposition en produit de facteurs premiers de  $a = 7623$ .
2. Donner la décomposition en produit de facteurs premiers de  $b = 251\,559$ .
3. Simplifier  $\frac{b}{a}$ .
4.  $b$  est-il un multiple de  $a$  ?

4 **correction**

$a = 3\,087$  et  $b = 4\,125$ .

1. Donner deux multiples de  $a$  et deux multiples de  $b$ .
2. Donner les décompositions en produit de facteurs premiers de  $a$  et de  $b$ .
3. Déterminer le plus petit multiple commun à  $a$  et à  $b$ .

5 **correction**

Soit  $n$  un entier pair. Montrer que  $n^2 + (n + 1)^2 + 3$  est un multiple de 4.

6 **correction**

Soit  $n = 2^{254} \times 3^{25} \times 5^{789}$ .

1. Déterminer le plus petit entier  $k$  tel que  $nk$  soit un cube parfait.
2. Que vaut la racine cubique de  $nk$  ?

## Correction

### 1 énoncé

1 183 =  $7 \times 13^2$ . À l'aide d'un arbre, on obtient l'ensemble :  
 $\{1; 7; 13; 91; 169; 1\,183\}$ .

### 2 énoncé

1. Il y a  $15 \times 13 \times 44 = 8\,580$  diviseurs positifs de  $n$ .

2.  $\sqrt{n} = \sqrt{3^{14} \times 5^{12} \times 17^{43}} = 3^7 \times 5^6 \times 17^{21} \sqrt{17}$ .

### 3 énoncé

1.  $a = 3^2 \times 7 \times 11^2$ .

2.  $b = 3^3 \times 7 \times 11^3$

3.  $\frac{b}{a} = 33$ .

4. Oui,  $b = 33 \times a$ .

### 4 énoncé

1.  $a$ ,  $2a$  et  $3a$  sont des multiples de  $a$ . De même pour  $b$ .

2.  $a = 3^2 \times 7^3$  et  $b = 3 \times 5^3 \times 11$ .

3. Le ppcm est  $3^2 \times 5^3 \times 7^3 \times 11$ .

### 5 énoncé

Comme  $n$  est pair, il existe  $k \in \mathbb{Z}$  tel que  $n = 2k$ .

$n^2 + (n+1)^2 + 3 = (2k)^2 + (2k+1)^2 + 3 = 4k^2 + 4k^2 + 4k + 1 + 3 = 4(2k^2 + k + 1)$  qui est bien un multiple de 4.

### 6 énoncé

1.  $k = 18$ . Effectivement,  $18n = 2^{255} \times 3^{27} \times 5^{789} = (2^{85} \times 3^9 \times 5^{263})^3$ .

2. La racine cubique vaut  $2^{85} \times 3^9 \times 5^{263}$ .