

Contrôle : calculs algébriques

1 correction

1. Développer et réduire : $(2x+3)^2 - (x+1)(5x-3)$.
2. Factoriser : $(1-3x)(2x-9) - (4x+2)(1-3x)$
3. Factoriser : $(8x-3)(2x+5) - (8x-3)$
4. Factoriser : $(3x+1)(4x-1) + (6x+2)(1-x)$.
5. Factoriser : $4x^2 + 12x + 9$
6. Factoriser : $x^2 - 10x + 25$
7. Factoriser : $(2x-3)(x-1) + 9 - 4x^2$.

2 correction

Simplifier les expressions suivantes (a est un réel non nul) :

- | | |
|-------------------------|---|
| 1) $a^3 a^{-2} a$ | 4) $\frac{a^3}{a^{-3}}$ |
| 2) $(a^3 a^{-3})^2$ | 5) $\frac{(a^2 a^{-3})^{-4} a^2}{a^5 a^{-2} a^3}$ |
| 3) $a^2 (a^2 a^{-1})^5$ | 6) $\frac{(a^2 a^{-3}) a}{a^4 a^{-2}}$ |

3 correction

Donner le plus petit ensemble de nombres ($\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{D}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$) auquel appartient chacun des nombres suivants :

- | | |
|-----------------------------|---|
| 1. $-\frac{\sqrt{81}}{3}$; | 3. $(\frac{1}{3} + 2\sqrt{5})(\frac{1}{3} - 2\sqrt{5})$; |
| 2. $\frac{15}{6}$; | 4. $(-2)^7$; |
| | 5. 10^{-3} |

4 correction

On donne $A(x) = -(x+7)(9x+4) + x^2 - 49$.

1. Développer et réduire $A(x)$.
2. Factoriser $A(x)$.
3. Calculer $A(x)$ pour $x = -2$.
4. En choisissant la forme la plus adaptée de $A(x)$, répondre aux questions suivantes :
 - (a) Résoudre l'équation $A(x) = 0$.
 - (b) Résoudre l'équation $A(x) = -77$.

Correction

1 énoncé

1. $(2x+3)^2 - (x+1)(5x-3) = -x^2 + 10x + 12$
2. $(1-3x)(2x-9) - (4x+2)(1-3x) = (1-3x)(-2x-11)$
3. $(8x-3)(2x+5) - (8x-3) = (8x-3)(2x+4)$
4. $(3x+1)(4x-1) + (6x+2)(1-x) = (3x+1)(2x+1)$
5. $4x^2 + 12x + 9 = (2x+3)^2$
6. $x^2 - 10x + 25 = (x-5)^2$
7. $(2x-3)(x-1) + 9 - 4x^2 = (3-2x)(x+4)$

2 énoncé

- | | |
|-------------------------------|---|
| 1) $a^3 a^{-2} a = a^2$ | 4) $\frac{a^3}{a^{-3}} = a^6$ |
| 2) $(a^3 a^{-3})^2 = 1$ | 5) $\frac{(a^2 a^{-3})^{-4} a^2}{a^5 a^{-2} a^3} = 1$ |
| 3) $a^2 (a^2 a^{-1})^5 = a^7$ | 6) $\frac{(a^2 a^{-3}) a}{a^4 a^{-2}} = a^{-2}$ |

3 énoncé

- a. $-\frac{\sqrt{81}}{3} = \frac{-9}{3} = -3$, qui appartient donc à \mathbb{Z} .
- b. $\frac{15}{6} = 2,5$, qui appartient donc à \mathbb{D} .
- c. $(\frac{1}{3} + 2\sqrt{5})(\frac{1}{3} - 2\sqrt{5}) = \frac{1}{3^2} - 2^2 \times 5 = \frac{1}{9} - 20 = -\frac{179}{9}$, qui appartient donc à \mathbb{Q} .
- d. $(-2)^7 = -(2^7)$, qui appartient donc à \mathbb{Z} .
- e. $10^{-3} = 0,001$, qui appartient donc à \mathbb{D} .

4 énoncé

On donne $A = -(x+7)(9x+4) + x^2 - 49$.

1. Développer et réduire A .

$$\begin{aligned} A &= -(x+7)(9x+4) + x^2 - 49 \\ &= -(9x^2 + 4x + 63x + 28) + x^2 - 49 \\ &= -9x^2 - 67x - 28 + x^2 - 49 \\ &= -8x^2 - 67x - 77 \end{aligned}$$

2. Factoriser A .

$$\begin{aligned} A &= -(x+7)(9x+4) + x^2 - 49 \\ &= -(x+7)(9x+4) + x^2 - 7^2 \\ &= -(x+7)(9x+4) + (x+7)(x-7) \\ &= (x+7)(-9x-4+x-7) \\ &= (x+7)(-8x-11) \end{aligned}$$

3. Calculer A pour $x = -2$.

Nous savons que $A = -8x^2 - 67x - 77$. Donc pour $x = -2$:

$$\begin{aligned} &= -8 \times (-2)^2 - 67 \times (-2) - 77 \\ &= -32 + 134 - 77 \\ &= 25 \end{aligned}$$

4. Résoudre l'équation $A = 0$.

Nous savons que $A = (x+7)(-8x-11)$. Nous devons donc résoudre $(x+7)(-8x-11) = 0$.

Un produit de facteurs est nul signifie qu'un des facteurs est nul. Donc :

$$\begin{aligned} x+7 &= 0 & \text{ou} & & -8x-11 &= 0 \\ x &= -7 & \text{ou} & & -8x &= 11 \\ x &= -7 & \text{ou} & & x &= \frac{-11}{8} \end{aligned}$$

Les solutions de cette équation sont -7 et $\frac{-11}{8}$.