

Exercices : vecteurs

1 correction

A et B sont deux points distincts. M est le point défini par la relation vectorielle $5\overrightarrow{MA} - 10\overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

1. Exprimer \overrightarrow{AM} en fonction de \overrightarrow{AB} .
2. Faire une figure et placer le point M .

2 correction

ABC est un triangle rectangle et isocèle en A tel que $AB = AC = 3$ cm (figure 1, page 1).

D et E sont les points définis par $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AE} = \frac{10}{3}\overrightarrow{AB}$.

M est le milieu du segment $[DE]$.

1. Compléter la figure en plaçant D , E et M .
2. Déterminer les coordonnées de chacun des points A , B , C , D , E et M dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.

3. Soit H le point de coordonnées $(\frac{5}{8}; \frac{3}{8})$ dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$

(a) Montrer que les vecteurs \overrightarrow{BC} et \overrightarrow{BH} sont colinéaires.

Que peut-on en déduire pour les points B , C et H ?

(b) Montrer que les points A , H et M sont alignés.

(c) Placer le point H .

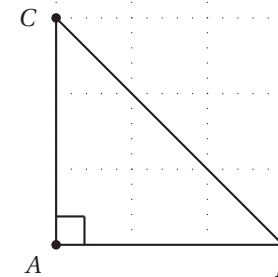


FIGURE 1 – EXERCICE 4

3 correction

Soit m un réel. Dans chacun des cas suivants, déterminer m afin que \vec{u} et \vec{v} soient colinéaires.

1. $\vec{u} \begin{pmatrix} m \\ 3 \end{pmatrix}$ $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$
2. $\vec{u} \begin{pmatrix} m-4 \\ 9 \end{pmatrix}$ $\vec{v} \begin{pmatrix} 4 \\ m-4 \end{pmatrix}$
3. $\vec{u} \begin{pmatrix} -3m+2 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\vec{v} \begin{pmatrix} 2m+5 \\ 3 \end{pmatrix}$

Correction

1 énoncé

1.
$$5\overrightarrow{MA} - 10\overrightarrow{MB} = \vec{0} \iff 5\overrightarrow{MA} - 10(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB}) = \vec{0}$$

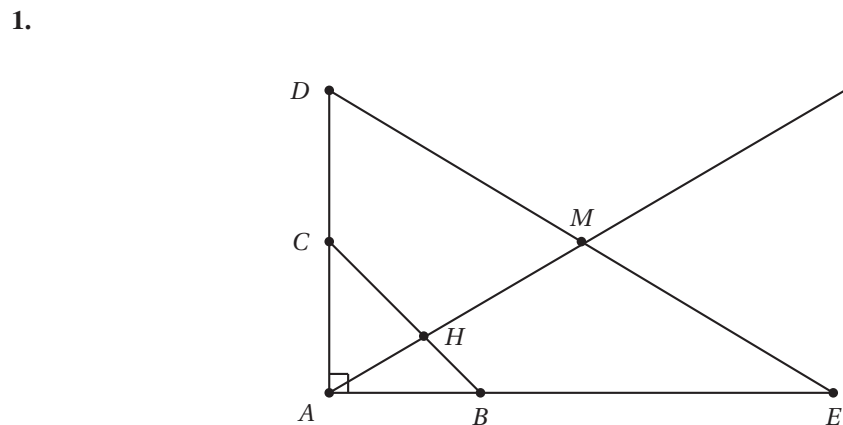
$$\iff 5\overrightarrow{MA} - 10\overrightarrow{MA} - 10\overrightarrow{AB} = \vec{0}$$

$$\iff -5\overrightarrow{MA} = 10\overrightarrow{AB}$$

$$\iff \overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB}$$

2.

2 énoncé



2. $A(0; 0)$; $B(1; 0)$; $C(0; 1)$; $D(0; 2)$; $E\left(\frac{10}{3}; 0\right)$; $M\left(\frac{5}{3}; 1\right)$.

3. (a) $\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BH} \begin{pmatrix} -3/8 \\ 3/8 \end{pmatrix}$

$$\begin{vmatrix} -1 & -3/8 \\ 1 & 3/8 \end{vmatrix} = -1 \times \frac{3}{8} - \left(-\frac{3}{8}\right) \times 1 = 0.$$

Les vecteurs \overrightarrow{BC} et \overrightarrow{BH} sont donc colinéaires.
On en déduit que les points B , C et H sont alignés.

(b) $\overrightarrow{AH} \begin{pmatrix} 5/8 \\ 3/8 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} 5/3 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$$\begin{vmatrix} 5/8 & 5/3 \\ 3/8 & 1 \end{vmatrix} = \frac{5}{8} \times 1 - \frac{5}{3} \times \frac{3}{8} = 0$$

Les vecteurs \overrightarrow{AH} et \overrightarrow{AM} sont donc colinéaires. On en déduit que les points A , H et M sont alignés.

(c) Pour placer le point H on trace la droite (AM) . H est l'intersection de (AM) et (BC) .

3 énoncé

1. \vec{u} et \vec{v} colinéaires $\iff \begin{vmatrix} m & 1 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} = 0$

$$\iff -4m - 3 = 0$$

$$\iff m = -\frac{3}{4}$$

2. \vec{u} et \vec{v} colinéaires $\iff \begin{vmatrix} m-4 & 4 \\ 9 & m-4 \end{vmatrix} = 0$

$$\iff (m-4)^2 - 36 = 0$$

$$\iff (m-4-6)(m-4+6) = 0$$

$$\iff (m-10)(m+2) = 0$$

$$\iff m = 10 \text{ ou } m = -2$$

3. \vec{u} et \vec{v} colinéaires $\iff \begin{vmatrix} -3m+2 & 2m+5 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} = 0$

$$\iff 3 \times (-3m+2) - 3 \times (2m+5) = 0$$

$$\iff -15m - 9 = 0$$

$$\iff m = -\frac{3}{5}$$