Contrôle : généralités sur les fonctions

1 correction

On munit le plan d'un repère $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$. Traduire par des égalités de la forme $f(a)=b$, les phrases suivantes :

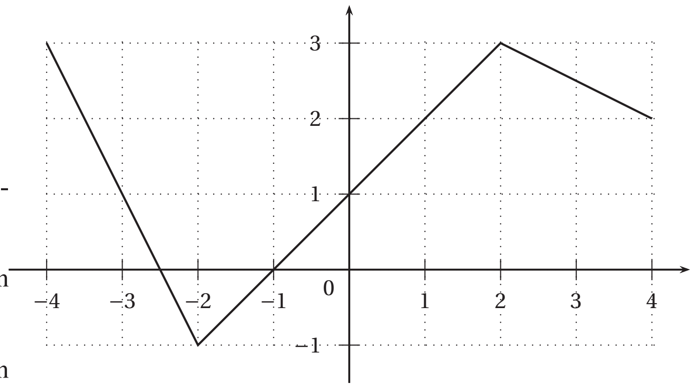
1. -5 est l'image de 4 par f.
2. 2 a pour image 0 par h.
3. 5 est un antécédent de -3 par f.
4. Les images de -5 et 2 par f sont nulles.
5. La courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de f passe par le point $A(-3;1)$.
6. La courbe représentative $\mathscr{C}_g$ de g coupe l'axe des ordonnées au point d'ordonnée 2.
7. La courbe représentative $\mathscr{C}_h$ de h coupe l'axe des abscisses aux points d'abscisses respectives -1 et 5.
8. La courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de f passe par l'origine du repère.
9. L'ordonnée du point d'abscisse -2 de $\mathscr{C}_h$ vaut -3.

2 correction

Dans le repère (O,I,J), on donne la représentation graphique de la fonction f sur l'intervalle $[-4;4]$.

Déterminer graphiquement :

1. Les images de -3 et -2.
2. $f(0)$ et $f(3)$.
3. Les antécédents de 0 et 2.
4. Le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x.
5. Les solutions de l'équation $f(x)=-1$.
6. Les solutions de l'inéquation $f(x)\leqslant 2$.



3 correction

Soit f la fonction dont le tableau de variations est donné

x	-7		-5		1		3
Var. f	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	0

1. Répondre par vrai ou par faux aux propositions suivantes :

	V	F
(a) L'image de 3 par f est 1.	❒	❒
(b) $f(-2)=-5$.	❒	❒
(c) $f(-7)=4$.	❒	❒
(d) 1 est un antécédent de 3 par f.	❒	❒
(e) L'ensemble de définition de f est $[-2;4]$.	❒	❒
(f) f est croissante sur $[-2;3]$.	❒	❒
(g) Le min. de f sur $[-7;3]$ est -2.	❒	❒
(h) Le max. de f sur $[-7;3]$ est 3.	❒	❒
(i) Le min. de f sur $[-5;1]$ est 0.	❒	❒
(j) $f(1,5)\leqslant f(2)$.	❒	❒
(k) $f(0)\geqslant f(-2)$.	❒	❒
(l) $f(2)$ est positif.	❒	❒

4 correction

On donne le tableau de variation d'une fonction f :

x	-5		-2		0		3		5
$f(x)$	-4	↘	-5	↗	6	↘	0	↗	4

1. Sur quel intervalle f est-elle définie ?

2. Déterminer les extremums de f et préciser en quelles valeurs ils sont atteints.

3. Comparer, si cela est possible, et justifier en utilisant le tableau de variation de f :

$f(1)$ et $f(2)$;

$f(-1)$ et $f(-2)$;

$f(-1)$ et $f(2)$

5 correction

1. f est la fonction définie sur $[-3;3]$ par $f(x) = \dfrac{x^2-3}{2}$. Montrer que f est paire.

2. f est la fonction définie sur $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ par $f(x) = x^5 - \dfrac{1}{x^3}$. Montrer que f est impaire.

3. La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{x^2+x+1}{x^2+1}$ est-elle paire, impaire ?

6 correction

Quelle valeur affiche cet algorithme ?

VARIABLES :
Entier : a, d
DEBUT
    d ← 2
    tant que d $\leqslant$ 10 **faire**
        d ← 3*d+1
        a ← d
        d ← d-4
    fintantque
    afficher(a)
FIN

Correction

1 énoncé

1. $f(4) = -5$.
2. $h(2) = 0$.
3. $f(5) = -3$.
4. $f(-5) = f(2) = 0$.
5. $f(-3) = 1$.
6. $g(0) = 2$.
7. $h(-1) = h(5) = 0$.
8. $f(0) = 0$.
9. $h(-2) = -3$.

2 énoncé

1. $f(-3) = 1$ et $f(-2) = -1$.
2. $f(0) = 1$ et $f(3) = 2{,}5$.
3. L'ensemble des antécédents de 0 par f est $\{-2{,}5\,;-1\}$.

L'ensemble des antécédents de 2 par f est $\{-3{,}5\,;1\,;4\}$.

4.

x	-4		$-2{,}5$		-1		4
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

5. $f(x) = -1 \iff x = -2$.
6. $f(x) \leqslant 2 \iff x \in [-3{,}5\,;1] \cap \{4\}$.

3 énoncé

	V	F
1. L'image de 3 par f est 1.	☐	☒
2. $f(-2) = -5$.	☐	☒
3. $f(-7) = 4$.	☒	☐
4. 1 est un antécédent de 3 par f.	☒	☐
5. L'ensemble de définition de f est $[-2;4]$.	☐	☒
6. f est croissante sur $[-2;3]$.	☐	☒
7. Le min. de f sur $[-7;3]$ est -2.	☒	☐
8. Le max. de f sur $[-7;3]$ est 3.	☐	☒
9. Le min. de f sur $[-5;1]$ est 0.	☐	☒
10. $f(1{,}5) \leqslant f(2)$.	☐	☒
11. $f(0) \geqslant f(-2)$.	☒	☐
12. $f(2)$ est positif.	☒	☐

4 énoncé

1. f est définies sur l'intervalle $[-5\,;5]$.
2. □ -5 est le minimum de f. Il est atteint en $x = -2$.

□ 6 est le maximum de f. Il est atteint en $x = 0$.

3. □ $f(1) > f(2)$ car f est strictement décroissante sur $[0\,;3]$.

□ $f(-2) < f(-1)$ car f est strictement croissante sur $[-2\,;0]$.

□ $f(-1)$ et $f(-2)$: f est strictement croissante sur $[-2\,;0]$ et strictement décroissante sur $[0\,;3]$ on ne peut donc pas comparer $f(-1)$ et $f(2)$ sans avoir davantage d'information.

5 énoncé

1. □ $I = [-3\,;3]$ est symétrique par rapport à 0.

□ Soit $x \in I$. $f(-x) = \dfrac{(-x)^2-3}{2} = \dfrac{x^2-3}{2} = f(x)$. f est donc paire.

2. □ $I =]-\infty\,;0[\cap]0\,;+\infty[$ est symétrique par rapport à 0.

□ Soit $x \in I$. $f(-x) = (-x)^5 - \dfrac{1}{(-x)^3} = -\left(x^5 - \dfrac{1}{x^3}\right) = f(-x)$. f est donc impaire.

3. $f(1) = \dfrac{3}{2}$ et $f(-1) = \dfrac{1}{2}$. Comme $f(-1) \neq f(1)$ et $f(-1) \neq -f(1)$ f n'est ni paire ni impaire.

6 énoncé

$a = 19$.