Contrôle : second degré (1)

1 correction

On pose $N(x)=3x^2-5x+3$, $D(x)=2x^2-3x-2$ et on note (I) l'inéquation
$$\frac{x-1}{x-2} \geqslant \frac{2-x}{2x+1}.$$

1. Résoudre $N(x)=0$.

2. Résoudre $D(x)=0$.

3. Montrer que (I) est équivalente à $\dfrac{N(x)}{D(x)} \geqslant 0$.

4. Résoudre (I).

2 correction

Résoudre les systèmes suivants :

1. $\begin{cases} x+y=1 \\ xy=-6 \end{cases}$

2. $\begin{cases} x-y=7 \\ xy=10 \end{cases}$

3. $\begin{cases} x+y=5 \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{5}{6} \end{cases}$

Correction

1 énoncé

1. $\Delta = -11$.

2. $\Delta = 25$, $x_1 = -\dfrac{1}{2}$ et $x_2 = 2$.

3.

$$\begin{aligned}
(I) \quad &\iff \frac{x-1}{x-2} - \frac{2-x}{2x+1} \geqslant 0 \\
&\iff \frac{(x-1)(2x+1) - (2-x)(x-2)}{(x-2)(2x+1)} \geqslant 0 \\
&\iff \frac{2x^2 - x - 1 - \left(-x^2 + 4x - 4\right)}{2x^2 - 3x - 2} \geqslant 0 \\
&\iff \frac{3x^2 - 5x + 3}{2x^2 - 3x - 2} \geqslant 0 \\
&\iff \frac{N(x)}{D(x)} \geqslant 0
\end{aligned}$$

4.

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
$N(x)$		$+$	|	$+$	0	$+$	
$D(x)$		$+$	0	$-$	|	$+$	
$\frac{N(x)}{D(x)} \geqslant 0$		$+$	||	$-$	||	$+$	

$$S = \left]-\infty\,;-\frac{1}{2}\right[\cup \left]2\,;+\infty\right[.$$

<++>

2 énoncé

1. x et y sont solutions de l'équation $Z^2 - Z - 6 = 0$. $\Delta = 25$, $Z_1 = -2$ et $Z_2 = 3$. Ainsi,

$$S = \left\{(-2\,;3)\,;(3\,;-2)\right\}.$$

2. On pose $\begin{cases} X = x \\ Y = -y \end{cases}$ X et Y sont solutions de $\begin{cases} X + Y = 7 \\ XY = -10 \end{cases}$. On en déduit que X et Y sont solution de l'équation $Z^2 - 7Z - 10 = 0$.

$\Delta = 89$, $Z_1 = \dfrac{7-\sqrt{89}}{2}$ et $Z_2 = \dfrac{7+\sqrt{89}}{2}$.

On a donc $(X\,;Y) \in \left\{\left(\dfrac{7-\sqrt{89}}{2}\,;\dfrac{7+\sqrt{89}}{2}\right);\left(\dfrac{7+\sqrt{89}}{2}\,;\dfrac{7-\sqrt{89}}{2}\right)\right\}$, on en déduit que

$$S = \left\{\left(\frac{7-\sqrt{89}}{2}\,;-\frac{7+\sqrt{89}}{2}\right);\left(\frac{7+\sqrt{89}}{2}\,;-\frac{7-\sqrt{89}}{2}\right)\right\}.$$

3. Le système est équivalent à $\begin{cases} x + y = 5 \\ xy = 6 \\ xy \neq 0 \end{cases}$. x et y sont donc solutions de l'équation $Z^2 - 5Z + 6 = 0$.

$\Delta = 1$, $Z_1 = 2$ et $Z_2 = 3$. Ainsi

$$S = \left\{(2\,;3)\,;(3\,;2)\right\}.$$