Contrôle : suites numériques (2h)

1

Étudier la monotonie des suites (u_n) définies pour tout entier n par :

a) $u_n = n^2 - n$

b) $\begin{cases} u_0 & = -1 \\ u_{n+1} & = -5 + u_n \end{cases}$

c) $\begin{cases} u_0 & = -4 \\ u_{n+1} & = 3u_n \end{cases}$

d) $\begin{cases} u_0 & = -6 \\ u_{n+1} & = u_n - u_n^4 \end{cases}$

e) $u_n = \dfrac{7^{n+1}}{8^{n-2}}$

f) $u_n = -\dfrac{\sqrt{3} \times 2^{3n}}{3^{2n}}$

2

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 6$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \dfrac{1}{3}u_n - 2$.

1. (a) Calculer les cinq premiers termes de la suite (u_n).

(b) La suite (u_n) est-elle géométrique ? arithmétique ?

2. On considère la suite (v_n) définie par $v_n = u_n + 3$.

(a) Démontrer que la suite (v_n) est géométrique.

(b) Donner l'expression de v_n en fonction de n.

(c) En déduire l'expression de u_n en fonction de n.

(d) Donner les valeurs exactes de u_7 et u_8 puis une valeur approchée à 10^{-2} près.

3

Calculer les sommes suivantes :

1. $S = 5 + 2 - 1 - 4 - \ldots - 34$

2. $S = \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{8} - \ldots - \dfrac{1}{256}$

4

On suppose que a, b et c sont, dans cet ordre, trois termes consécutifs d'une suite géométrique croissante.
Déterminer ces nombres sachant que :

$$a + b + c = 260 \quad \text{et} \quad c - a = 160.$$