Contrôle : second degré (1h 15)

1 correction

Résoudre les équations suivantes :

1. $3x^2 - 11x + 10 = 0$ **2.** $x^2 - 2x + 5 = 0$ **3.** $2x^2 - 12x + 18 = 0$

2 correction

Factoriser $-6x^2 + 18x - 12$.

3 correction

1. Résoudre l'inéquation : $x^2 - x - 1 < 0$.

2. Soit l'équation : $x^2 + mx + \frac{m+1}{4} = 0$. Déterminer pour quelles valeurs du paramètre m l'équation ne possède pas de solution.

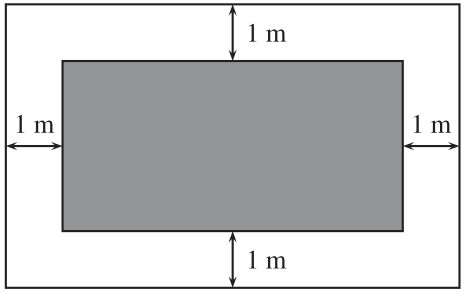
4 correction

Résoudre l'inéquation suivante :

$$\frac{\left(x^2 - 6x + 5\right)\left(-2x^2 + 2x + 12\right)}{-x^2 - 5x - 10} > 0.$$

5 correction

1. Un jardin rectangulaire a une aire de 96 m^2 (le rectangle grisé). Une allée de largeur constante égale à 1 m en fait le tour. L'aire totale du jardin et de l'allée est égale à 140 m^2.



(a) En notant u et v les dimensions du jardin, montrer que le problème peut se traduire par le système d'équations suivant : $\begin{cases} uv = 96 \\ u + v = 20 \end{cases}$

(b) Déterminer les dimensions du jardin.

Correction

1 énoncé

1. $\Delta = 11^2 - 4 \times 3 \times 10 = 1$. $x_1 = \frac{5}{3}$ et $x_2 = 2$.

2. $\Delta = 4 - 4 \times 5 = -16$. Pas de solution.

3. $\Delta = 0$. $x_0 = 3$.

2 énoncé

$-6x^2 + 18x - 12 = -6(x-1)(x-2)$.

3 énoncé

1. $\Delta = 1 + 4 = 5$. $x_1 = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ et $x_2 = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$. Le coefficient de x^2 positif, par conséquent, l'expression est négative entre les racines.

$$x^2 - x - 1 < 0 \iff x \in \left]\frac{1-\sqrt{5}}{2}\,;\,\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right[.$$

2. L'équation n'admet pas de solution si, et seulement si, $\Delta = m^2 - 4 \times 1 \times \frac{m+1}{4} < 0$, ce qui équivaut à $m^2 - m - 1 < 0$.

D'après la question précédente, l'équation ne possède pas de solution lorsque $m \in \left]\frac{1-\sqrt{5}}{2}\,;\,\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right[$.

4 énoncé

- Pour $x^2 - 6x + 5$: $\Delta = 36 - 4 \times 5 = 16$. $x_1 = 1$ et $x_2 = 5$.
- Pour $-2x^2 + 2x + 12$: $\Delta = 4 - 4 \times (-2) \times 12 = 100$. $x_1 = -2$ et $x_2 = 3$.
- Pour $-x^2 - 5x - 10$: $\Delta = 25 - 40 = -15$. $-x^2 - 5x - 10$ est donc strictement négatif pour tout $x \in \mathbb{R}$.
- Tableau de signes :

x	$-\infty$		-2		1		3		5		$+\infty$
$x^2 - 6x + 5$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$-2x^2 + 2x + 12$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$-x^2 - 5x - 10$		$-$		$-$		$-$		$-$		$-$	
$\dfrac{(x^2-6x+5)(-2x^2+2x+12)}{-x^2-5x-10}$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

- $S =]-\infty\,;\,-2[\,\cup\,]1\,;\,3[\,\cup\,]5\,;\,+\infty[$.

5 énoncé

1. $\begin{cases} uv = 96 \\ (u+2)(v+2) = 140 \end{cases} \iff \begin{cases} uv = 96 \\ uv + 2u + 2v + 4 = 140 \end{cases} \iff \begin{cases} uv = 96 \\ 96 + 2(u+v) + 4 = 140 \end{cases} \iff \begin{cases} uv = 96 \\ u + v = 20 \end{cases}$

2. u et v sont solutions de l'équation $X^2 - 20X + 96 = 0$. $\Delta = 16$, $X_1 = 8$ et $X_2 = 12$.

Si u est la largeur et v la longueur alors : $u = 8$ et $v = 12$.