

Contrôle : suites (2h)

1

Étudier la monotonie des suites u définies pour tout entier n par :

a) $u_n = n - n^2$

c)
$$\begin{cases} u_0 &= -1 \\ u_{n+1} &= 0,3u_n \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} u_0 &= -2 \\ u_{n+1} &= 5 + u_n \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} u_0 &= -2 \\ u_{n+1} &= u_n + 2u_n^2 \end{cases}$$

2

1. Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite arithmétique de premier terme 3 et de raison -4 .

Déterminer u_7 , u_{18} et $\sum_{i=7}^{18} u_i$.

2. Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ une suite géométrique de premier terme 5 et de raison $-\frac{1}{2}$.

Déterminer u_7 , u_{18} et $\sum_{i=7}^{18} u_i$.

3. Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite arithmétique. On donne $u_4 = 7$ et $u_7 = 1$.

Déterminer la raison et le premier terme de cette suite.

4. Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite géométrique. On donne $u_4 = 4$ et $u_7 = 108$.

Déterminer la raison et le premier terme de cette suite.

3

On définit la suite (u_n) par $u_0 = 1$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$u_{n+1} = u_n + \left(\frac{2}{3}\right)^n.$$

1. La suite (u_n) est-elle géométrique ?

2. Étudier les variations de la suite (u_n) .

3. On pose, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = u_{n+1} - u_n$.

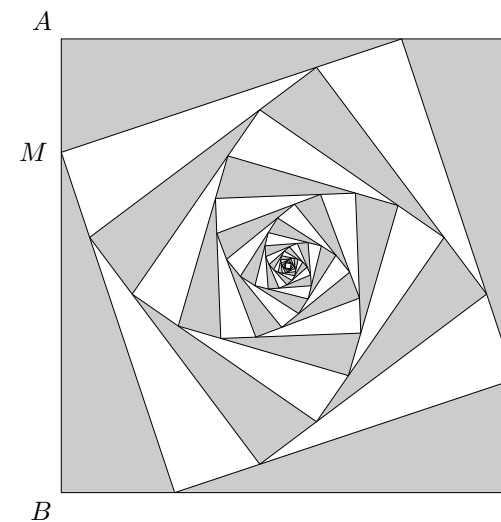
(a) Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{2}{3}$.

(b) Exprimer v_n en fonction de n .

(c) Calculer $S_n = v_0 + v_2 + \dots + v_n$ en fonction de n .

(d) En déduire l'expression de u_{n+1} puis de u_n en fonction de n .

4 bonus 1



Quelle est la surface de l'aire grisée sur la figure ci-contre ?

Données : $AB = 6$ cm et $AM = \frac{1}{4}AB$.

5 bonus 2

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ une suite dont tous les termes sont des réels strictement positifs et tels que

$$\forall k \in \mathbb{N}^*, u_k - 2u_{k+1} + u_{k+2} \geq 0 \text{ et } \sum_{i=1}^k u_i \leq 1.$$

Montrer que

$$\forall k \in \mathbb{N}^*, 0 \leq u_k - u_{k+1} \leq \frac{2}{k^2}.$$