Contrôle : corps des complexes

1

Écrire sous forme algébrique :

1. $(5+\mathrm{i})(2-3\mathrm{i})$

2. $z=\dfrac{1}{2+3\mathrm{i}}$

3. $z=\dfrac{2-5\mathrm{i}}{2+\mathrm{i}}$

4. $z=(4-5\mathrm{i})^2$

5. $z=\dfrac{1}{5+2\mathrm{i}}-\dfrac{1}{5-2\mathrm{i}}$

2

Résoudre les équations suivantes et donner les solutions sous leur forme algébrique.

1. $\mathrm{i}z=5-8z$

2. $\mathrm{i}z-3+2\mathrm{i}=(2-\mathrm{i})z+5$

3. $5z+2\overline{z}=1-2\mathrm{i}$

4. $(2-5\mathrm{i})\overline{z}=2z+3+2\mathrm{i}$

3

z est un nombre complexe. Précisez dans chacun des cas suivants si Z est réel, imaginaire pur ou ni l'un ni l'autre.

1. $Z=\left(\dfrac{z}{4-2\mathrm{i}}+\dfrac{\overline{z}}{4+2\mathrm{i}}\right)\left(\dfrac{z-\overline{z}}{z+\overline{z}}+\left(z^3-\overline{z}^3\right)z\overline{z}\right)$

2. $Z=(1+2\mathrm{i})^{1000}+(-3-4\mathrm{i})^{500}$

4

Résoudre les équations suivantes et donner les solutions sous leur forme algébrique.

1. $z^2-9=0$

2. $z^2+9=0$

3. $z^2-4z+3=0$

4. $2z^2-2z+4=0$

5

Soit $P(z)=z^3+(1+\mathrm{i})z^2+(\mathrm{i}-1)z-\mathrm{i}$.

1. Déterminer le réel a tel que $a\mathrm{i}$ soit solution de l'équation $P(z)=0$.

2. Factoriser $P(z)$ par $(z-a\mathrm{i})$.

3. Résoudre $P(z)=0$.

6

Soit $P(z)=iz^3+(8-5\mathrm{i})z^2+(-13-10i)z-15-16i$.
Factoriser $P(z)$ par $(z-(2+3i))$.